

Міністерство освіти і науки України

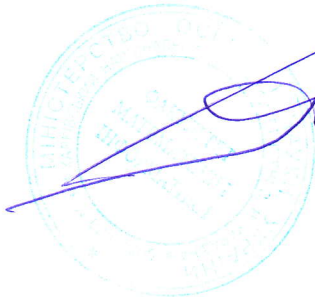
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Аналітичні методи нелінійної теорії керування**

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ другий (магістерський) рівень \_\_\_\_\_

галузь знань 11 – Математика та статистика \_\_\_\_\_

спеціальність 113 – Прикладна математика \_\_\_\_\_

освітня програма «Прикладна математика» \_\_\_\_\_

спеціалізація \_\_\_\_\_

вид дисципліни \_\_\_\_\_ за вибором \_\_\_\_\_

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Бєбія Максим Отарійович**, канд. фіз.-мат. наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики  
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом  
освітньо-наукової програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-наукової програми «Прикладна математика»



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено науково-методичною комісією  
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни **“Аналітичні методи нелінійної теорії керування”**  
складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки  
магістр  
(назва рівня вищої освіти)

Спеціальності (напряму) 113 - Прикладна математика  
спеціалізації \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Аналітичні методи нелінійної теорії керування” є надання студентам необхідних знань для дослідження актуальних теоретичних та прикладних проблем в галузі сучасної теорії керування нелінійними системами.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є навчити студентів розв’язувати актуальні задачі керування для суттєво нелінійних систем різної природи.

#### 1.3. Кількість кредитів – 6

#### 1.4. Загальна кількість годин 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	–
Семестр	
3-й	–
Лекції	
32 год.	–
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	–
Лабораторні заняття	
год.	–
Самостійна робота	
116 год.	–
у тому числі індивідуальні завдання	
–	–

### 1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

**знати:**

- умови стійкості та асимптотичної стійкості для каскадних систем та агрегованих каскадних систем;
- підходи до керування каскадними системами;
- нормальну форму нелінійної системи;
- умови відображуваності нелінійних систем на лінійні;
- методи побудови стабілізуючих керувань для різних класів нелінійних систем;
- метод функції керованості;
- методи дослідження нелінійних систем у критичному випадку;
- методи побудови адаптивних керувань;

**вміти:**

- досліджувати стійкість каскадних та агрегованих каскадних систем ;
- відображати нелінійні системи на системи у нормальній формі;
- досліджувати нормальні форми нелінійних систем;
- відображати трикутні та нетрикутні системи на лінійні ;
- рекурентно будувати стабілізуючі керування та функції Ляпунова для широких класів нелінійних систем ;
- будувати демпінговані керування для широких класів нелінеаризуємих систем ;
- будувати керування для нелінійних систем у критичному випадку;
- досліджувати задачу стабілізації за скінченний час для нелінійних систем;

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### **Розділ 1. Стійкість та стабілізація каскадних та трикутних систем.**

*Тема 1. Стійкість каскадних систем.*

Означення тотальної стійкості, теорема про тотальну стійкість.. Стійкість каскадних систем. Приклади.

*Тема 2. Асимптотична стійкість каскадних систем.*

Локальна асимптотична стійкість каскадних систем. Теорема Сонтага. Глобальна асимптотична стійкість та обмеженість траєкторій каскадних систем. Стійкість агрегованих каскадних систем.

*Тема 3. Стабілізація каскадних та strict-feedback керованих систем.*

Метод зворотного ходу. Покрокова побудова функцій Ляпунова та стабілізуючих керувань для каскадних та strict-feedback систем.

*Тема 4. Трикутні системи.*

Керованість та стабілізованість трикутних систем. Відображення трикутних систем на лінійні. Зв'язок між покроковою стабілізацією та лінеаризацією. Сингулярні трикутні системи.

### **Розділ 2. Керування афінними нелінійними системами.**

*Тема 5. Нормальна форма нелінійних систем.*

Відносний порядок нелінійної системи. Нормальна форма нелінійної систем з одновимірним виходом. Теорем про зведення нелінійної системи до нормальної форми.

*Тема 6.* Стабілізація нелінійних систем з використанням нормальної форми.

*Тема 7.* Відображення нелінійних систем на лінійні.

Дужки Лі та їх властивості. Зв'язок між дужками Лі та відносним порядком системи. Теорема Фробеніуса. Критерій відображуємості нелінійних системи на лінійну. Зв'язок лінеаризуємості системи із керованістю системи першого наближення.

*Тема 8.* Демпінговане керування.

Стабілізація нелінеаризуємих систем. Стабілізація за допомогою демпінгового керування. Теорема Юржевича-Гуїна.

*Тема 9.* Керування нелійними системами у критичному випадку.

Системи із некерованим першим наближенням. Сингулярне рівняння Ляпунова. Синтез та стабілізація систем зі степеневими нелійностями. Метод функції керованості В.І. Коробова. Синтез та стабілізація по нелінійному наближенню у критичному випадку.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	с. р.	л		п	лаб	інд	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Стійкість та стабілізація каскадних та трикутних систем.</b>												
Тема 1. Стійкість каскадних систем.	14	2	2			10						
Тема 2. Асимптотична стійкість каскадних систем.	14	2	2			10						
Тема 3. Стабілізація каскадних та strict-feedback керованих систем.	30	4	4			22						
Тема 4. Трикутні системи.	14	2	2			10						
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>72</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			<b>52</b>						
<b>Розділ 2. Керування нелійними нетрикутними системами.</b>												
Тема 5. Нормальна форма нелінійних систем.	28	4	4			20						
Тема 6. Стабілізація нелінійних систем з використанням нормальної форми.	14	2	2			10						
Тема 7. Відображення нелінійних систем на лінійні.	25	8	7			10						

Тема 8. Демпінговане керування.	18	4	4			10					
Тема 9. Керування нелінійними системами у критичному випадку.	22	4	4			14					
<i>Контрольна робота</i>	1		1								
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>108</b>	<b>22</b>	<b>22</b>			<b>64</b>					
<i>Усього годин</i>	180	32	32			116					

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Стійкість каскадних систем.	2
2	Асимптотична стійкість каскадних систем.	2
3	Стабілізація каскадних керованих систем. Рекурентна стабілізація strict-feedback систем.	4
4	Трикутні системи.	2
5	Нормальна форма нелінійних систем.	4
6	Стабілізація нелінійних систем з використанням нормальної форми.	2
7	Дужки Лі, відносний порядок системи.	2
8	Відображення нелінійних систем на лінійні.	4
9	Зв'язок лінеаризуємості системи із керованістю системи першого наближення. <i>Контрольна робота.</i>	2
10	Демпінговане керування.	4
11	Метод функції керованості В.І. Коробова.	2
12	Керування нелінійними системами у критичному випадку.	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види , зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань за розділом «Стійкість та стабілізація каскадних та трикутних систем»	52
2	Виконання домашніх завдань за розділом «Керування афінними нелінійними системами»	64
	<b>Разом</b>	<b>116</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

*Не передбачені*

## 7. Методи навчання

Лекції з використанням частково-пошукового методу, проблемні лекції, пояснення, розрахункові та пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять.

## 8. Методи контролю

- перевірка виконання домашніх завдань, облік відвідування аудиторних або дистанційних занять;
- усне опитування;
- перевірка контрольної роботи;
- перевірка екзаменаційної роботи.

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
T1–T6	T7–T11					
25	25	10	---	60	40	100

T1, T2 ... – теми розділів.

Поточний контроль, самостійна робота – до 50 балів,  
контрольна робота – до 10 балів,  
залікова робота – до 40 балів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

## Критерії оцінювання

**Поточний контроль** враховує активність під час практичних занять та правильність виконання домашніх завдань, за кожне з яких разом можна отримати до 4 балів.

**Контрольна робота** полягає у розв'язанні задачі керування суттєво нелінійною системою. Робота оцінюється максимум у 10 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання. Якщо студент правильно знайшов ідею, але не довів розв'язок до кінця, він отримує 5-9 балів. За здійснення часткових кроків на шляху до розв'язання задачі студент отримує 1-4 бали.

**Екзаменаційний білет** складається з двох теоретичних питань та однієї задачі. Кожне з теоретичних питань оцінюється максимум у 15 балів. Максимальну оцінку студент отримує, якщо демонструє розуміння основних концепцій, сформулював та довів відповідні твердження, навів приклади використання цих концепцій. Якщо студент не може довести відповідні твердження але розуміє їх сутність, він отримує максимум 10 балів. Якщо студент має поверхове розуміння базових понять і не може навести приклади їх використання, він отримує максимум 5 балів. Максимальна оцінка за задачу складає 10 балів. Незначні арифметичні помилки, які якісно не вплинули на результат, не впливають на кількість балів.

### Шкала оцінювання чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

### 10. Рекомендована література

#### Основна література

1. Перестюк М.О., Чернікова О.С. Теорія стійкості. – К.: Київський національний ун-т імені Тараса Шевченка, 2012. – 103 с.
2. Коробов В. І., Смрцова Т. В. Керованість та стабілізація: навчальний посібник. – Х. ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2017. – 78 с.
3. Капустян О.В., Пічкур В. В., Собчук В. В. Теорія динамічних систем : навч. посіб. – Луцьк : Вежа-Друк, 2020. – 348 с.

#### Допоміжна література

4. M.O. Bebiya and V.I. Korobov. On Stabilization Problem for Nonlinear Systems with Power Principal Part, Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. – 2016. – Vol. 12, No. 2. – P. 113–133.
5. N.K. Khalil. Nonlinear systems. – New Jersey: Prentice Hall, 2002.–750 p.
6. J.-M. Coron. Control and nonlinearity.– AMS, 2007.– 426 p.
7. T.T. Tran . Feedback linearization and backstepping: an equivalence in control design of strict-feedback form. IMA J. Math. Control Inf. – 2020. – Vol. 37, P. 1049–1069.
8. V.I. Korobov, V.A. Skoryk. Synthesis of restricted inertial controls for systems with multivariate control, Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2002. – Vol. 275, P. 84–107.
9. A. Bacciotti, L. Rosier. Liapunov functions and stability in control theory. – New York: Springer-Verlag, 2005. – 235 p.
10. A. Isidory. Nonlinear control systems: an introduction.– Berlin: Springer-Verlag, 1989.– 479 p.
11. A. Isidory. Nonlinear control systems II.– London: Springer-Verlag, 1999.– 293 p.
12. A. Zinober and D. Owens. Nonlinear and adaptive control: NCN4 2001. – Berlin: Springer-Verlag, 2003. – 398 p.

### 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

[https://en.wikipedia.org/wiki/Control\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Control_theory)  
[https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія\\_керування](https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія_керування)  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Nonlinear\\_control](https://en.wikipedia.org/wiki/Nonlinear_control)  
[https://uk.wikipedia.org/wiki/Нелінійне\\_керування](https://uk.wikipedia.org/wiki/Нелінійне_керування)